

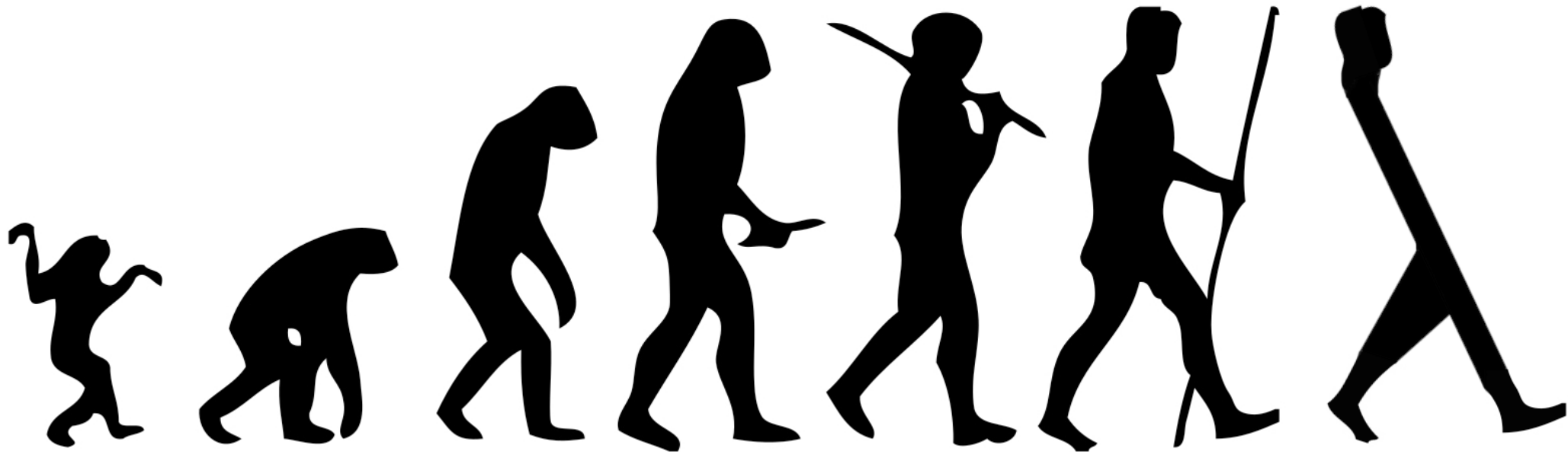
# PARADIGME DE PROGRAMARE

---

## Curs 6

Limbajul Haskell. Tipare tare / slabă / statică / dinamică. Tipuri și expresii de tip.

# Programare funcțională în Haskell



# Limbajul Haskell – Cuprins

- Sintaxă
- Perechi și liste
- Funcții
- Pattern matching
- Operatorii . și \$
- Expresii condiționale
- Legare statică
- Evaluare leneșă

# Sintaxa Haskell

- **Notăție infixată** pentru **operatori**

`1 + 2`, `a < 5`

- **Notăție prefixată** pentru **funcții**

`filter odd [1 .. 7]`, `f 2 + f 5`

- **Parantezele se folosesc pentru controlul priorității (nu pentru aplicația de funcție)**

`f (1 + 2)`, `f (g x)`

`(f 1) + 2` este echivalent cu `f 1 + 2`, întrucât aplicația de funcție are cea mai mare prioritate

`(f g) x` este echivalent cu `f g x`, întrucât aplicația de funcție este asociativă la stânga

- **Indentarea înlocuiește controlul prin separatori ca `{ }` sau `;`**

Orice cod din **corpul** unei expresii trebuie indentat **mai la dreapta** decât începutul expresiei!

O **nouă expresie** începe pe **același nivel sau mai la stânga** față de începutul expresiei anterioare!

# Limbajul Haskell – Cuprins

- Sintaxă
- Perechi și liste
- Funcții
- Pattern matching
- Operatorii . și \$
- Expresii condiționale
- Legare statică
- Evaluare leneșă

# TDA-ul Pereche

## Constructori de bază

`(,)` :  $T_1 \times T_2 \rightarrow$  Pereche // creează o pereche între orice 2 argumente

## Operatori

`fst` : Pereche  $\rightarrow T_1$  // extrage prima valoare din pereche

`snd` : Pereche  $\rightarrow T_2$  // extrage a doua valoare din pereche

## Exemple

```
(1, "unu")
```

```
a = (('a', 2), "a2")
```

```
fst a
```

```
snd (fst a)
```

# TDA-ul Pereche

## Constructori de bază

`(,)` :  $T_1 \times T_2 \rightarrow$  Pereche // creează o pereche între orice 2 argumente

## Operatori

`fst` : Pereche  $\rightarrow T_1$  // extrage prima valoare din pereche

`snd` : Pereche  $\rightarrow T_2$  // extrage a doua valoare din pereche

## Exemple

```
(1, "unu") -- (1, "unu")
```

```
a = (('a', 2), "a2")
```

```
fst a -- ('a', 2)
```

```
snd (fst a) -- 2
```

# TDA-ul Listă

## Constructori (de bază și nu numai)

**[]** : -> Listă

// creează o listă vidă

**:** : T x Listă -> Listă

// creează o listă prin adăugarea unei valori la începutul unei liste

**[,,..,]** : T x .. T -> Listă

// creează o listă din toate argumentele sale (de același tip)

## Operatori

**head** : Listă -> T

**tail** : Listă -> Listă

**null** : Listă -> Bool

**length** : Listă -> Nat

**++** : Listă x Listă -> Listă

## Exemple

head [[2, 4], [6], [5]]

tail (2:3:[4, 5])

null [[]]

length [[]]

[1] ++ [1, 2, 3] ++ [4, 5]



# TDA-ul Listă

## Constructori (de bază și nu numai)

**[]** : -> Listă

// creează o listă vidă

**:** : T x Listă -> Listă

// creează o listă prin adăugarea unei valori la începutul unei liste

**[,,..,]** : T x .. T -> Listă

// creează o listă din toate argumentele sale (de același tip)

## Operatori

**head** : Listă -> T

**tail** : Listă -> Listă

**null** : Listă -> Bool

**length** : Listă -> Nat

**++** : Listă x Listă -> Listă

## Exemple

```
head [[2,4],[6],[5]]      -- [2,4]
tail (2:3:[4,5])          -- [3,4,5]
null [[]]                 -- False
length [[]]               -- 1
[1] ++ [1,2,3] ++ [4,5]  -- [1,1,2,3,4,5]
```

# Limbajul Haskell – Cuprins

- Sintaxă
- Perechi și liste
- **Funcții**
- Pattern matching
- Operatorii `.` și `$`
- Expresii condiționale
- Legare statică
- Evaluare leneșă

# Funcții anonime în Haskell

```
\parametri -> corp
```

## Exemple

```
λx.x            \x -> x
```

```
λx.λy.(x y)    \x -> \y -> x y    echivalent cu  
                 \x y -> x y        (întrucât funcțiile Haskell sunt automat curry)
```

```
(λx.x λx.y)    (\x -> x) (\x -> y)
```

# Funcții cu nume în Haskell

```
f parametri = corp
```

## Exemple

```
arithmeticMean = \x -> \y -> (x + y) / 2      echivalent cu  
arithmeticMean = \x y -> (x + y) / 2          și cu  
arithmeticMean x y = (x + y) / 2
```

```
f = arithmeticMean 3      -- se creează \y -> (3 + y) / 2  
f 18                      -- 10.5
```

# Simularea funcțiilor uncurry

Definițiile de tipul

```
f x1 x2 ... xn = corp
```

generează funcții **curry**, care pot fi aplicate pe oricâți ( $\leq n$ ) parametri la un moment dat.

```
f e1 e2 ... ek întoarce o nouă funcție \xk+1 ... xn -> corp[ei/xi].
```

Pentru a obține comportamentul de funcție **uncurry**, parametrul lui  $f$  trebuie să fie un tuplu:

```
f (x1, x2 ..., xn) = corp
```

## Exemplu

```
arithmeticMean (x, y) = (x + y) / 2
```

```
arithmeticMean (3, 18)
```

# Transformări operator – funcție

- **(op)** face transformarea **operator** → **funcție**

```
(-) 3 5 -- -2  
(||) (1<2) (5<3) -- True  
foldr (+) 0 [1..5] -- 15  
(/=) 2 2 -- False
```

- **`f`** face transformarea **funcție** → **operator**

```
5 `mod` 3 -- 2  
(div 6) `map` [1,2,3] -- [6,3,2]  
((==) 2) `filter` [1,2,3] -- [2]
```

# Secțiuni (aplicare parțială a operatorilor)

- Când se dă operandul din stânga, se așteaptă operandul din dreapta

```
(5/) 2
```

```
map (2-) [0..4]
```

```
filter (2<) [0..4]
```

- Când se dă operandul din dreapta, se așteaptă operandul din stânga

```
(/5) 2
```

```
map (-2) [0..4]
```

```
map (/2) [0..4]
```

```
filter (<2) [0..4]
```

# Secțiuni (aplicare parțială a operatorilor)

- Când se dă operandul din stânga, se așteaptă operandul din dreapta

```
(5/) 2          -- 2.5  
map (2-) [0..4] -- [2,1,0,-1,-2]  
filter (2<) [0..4] -- [3,4]
```

- Când se dă operandul din dreapta, se așteaptă operandul din stânga

```
(/5) 2  
map (-2) [0..4]  
map (/2) [0..4]  
filter (<2) [0..4]
```



# Secțiuni (aplicare parțială a operatorilor)

- Când se dă operandul din stânga, se așteaptă operandul din dreapta

```
(5/) 2          -- 2.5
map (2-) [0..4] -- [2,1,0,-1,-2]
filter (2<) [0..4] -- [3,4]
```

- Când se dă operandul din dreapta, se așteaptă operandul din stânga

```
(/5) 2          -- 0.4
map (-2) [0..4] -- eroare, aici -2 e număr, nu funcție
map (/2) [0..4] -- [0.0,0.5,1.0,1.5,2.0]
filter (<2) [0..4] -- [0,1]
```

# Limbajul Haskell – Cuprins

- Sintaxă
- Perechi și liste
- Funcții
- Pattern matching
- Operatorii . și \$
- Expresii condiționale
- Legare statică
- Evaluare leneșă

# Definirea funcțiilor prin pattern matching

Se descrie comportamentul funcțiilor în funcție de structura parametrilor – ca la scrierea axiomelor TDA-ului.

## Exemple

1. `fib 0 = 0`
  2. `fib 1 = 1`
  3. `fib n = fib (n-2) + fib (n-1)`
  - 4.
  5. `sumL [] = 0`
  6. `sumL (x:xs) = x + sumL xs`
  - 7.
  8. `sumP (x,y) = x + y`
  - 9.
  10. `ordered [] = True`
  11. `ordered [x] = True`
  12. `ordered (x:xs@(y:rest)) = x <= y && ordered xs`
- permite crearea unui alias pentru valoarea următoare

# La aplicare

1. `fib 0 = 0`
2. `fib 1 = 1`
3. `fib n = fib (n-2) + fib (n-1)`

`fib 3`

- Dacă argumentul se potrivește cu parametrul din primul punct (primul pattern)
  - Se folosește definiția din primul punct
  - Se ignoră definițiile următoare
- Altfel
  - Se încearcă potrivirea cu punctul următor, ș.a.m.d.

**Consecință:** Ordinea contează!

# Pattern-uri exhaustive

Este important să specificăm comportamentul funcției pe toate valorile tipului – ca la scrierea axiomelor TDA-ului.

1. `ordered [] = True`
  2. `ordered [x] = True`
  3. `ordered (x:xs@(y:rest)) = x <= y && ordered xs`
- De aceea a trebuit să specificăm și ce se întâmplă pe lista vidă, și ce se întâmplă pe lista cu un singur element

O definiție alternativă pentru funcția `ordered`:

1. `ordered2 (x:xs@(y:rest)) = x <= y && ordered2 xs`
2. `ordered2 _ = True`

Se traduce prin „orice altceva”  
Unde în definiția lui `ordered` se mai putea folosi?

# Când se poate folosi pattern matching

- De fiecare dată **când se leagă variabile**

- La definirea funcțiilor
- La crearea de legări locale folosind `let` sau `where` (vom vedea)

- Pattern-urile **nu** se potrivesc și între ele

```
eq x x = True    -- ă eroare Conflicting definitions for `x'
```

```
eq _ _ = False
```

# Limbajul Haskell – Cuprins

- Sintaxă
- Perechi și liste
- Funcții
- Pattern matching
- Operatorii `.` și `$`
- Expresii condiționale
- Legare statică
- Evaluare leneșă

# Operatorii . și \$

- **Operatorul .** (punct) realizează **compunere de funcții**

```
myLast = head . reverse -- myLast [1..5] =
```

```
myMin = head . sort -- myMin [2,4,1,2,3,6,2] =
```

```
myMax = myLast . sort -- myMax [2,4,1,2,3,6,2] =
```

- **Operatorul \$** (dolar) realizează **aplicație de funcție**

```
take 4 $ filter (odd . fst) $ zip [1..] [2..]
```

- $f \$ a = f a$  este interesant pentru că \$ are o **prioritate foarte mică**, astfel încât ambele părți vor fi evaluate înainte să se realizeze aplicația de funcție → evităm astfel să folosim foarte multe paranteze
- \$ este **asociativ la dreapta** și este util pentru a rescrie structuri de genul **f (g (h ... x))**, nu poate suplini orice fel de paranteze (vezi (odd . fst) mai sus)



# Operatorii . și \$

- **Operatorul .** (punct) realizează **compunere de funcții**

```
myLast = head . reverse -- myLast [1..5] = 5
```

```
myMin = head . sort -- myMin [2,4,1,2,3,6,2] = 1
```

```
myMax = myLast . sort -- myMax [2,4,1,2,3,6,2] = 6
```

- **Operatorul \$** (dolar) realizează **aplicație de funcție**

```
take 4 $ filter (odd . fst) $ zip [1..] [2..]
```

- $f \$ a = f a$  este interesant pentru că \$ are o **prioritate foarte mică**, astfel încât ambele părți vor fi evaluate înainte să se realizeze aplicația de funcție → evităm astfel să folosim foarte multe paranteze
- \$ este **asociativ la dreapta** și este util pentru a rescrie structuri de genul **f (g (h ... x))**, nu poate suplini orice fel de paranteze (vezi (odd . fst) mai sus)

# Operatorii . și \$

- **Operatorul .** (punct) realizează **compunere de funcții**

```
myLast = head . reverse -- myLast [1..5] = 5
```

```
myMin = head . sort -- myMin [2,4,1,2,3,6,2] = 1
```

```
myMax = myLast . sort -- myMax [2,4,1,2,3,6,2] = 6
```

- **Operatorul \$** (dolar) realizează **aplicație de funcție**

```
take 4 $ filter (odd . fst) $ zip [1..] [2..]
```

```
-- [(1,2), (3,4), (5,6), (7,8)]
```

- $f \$ a = f a$  este interesant pentru că \$ are o **prioritate foarte mică**, astfel încât ambele părți vor fi evaluate înainte să se realizeze aplicația de funcție → evităm astfel să folosim foarte multe paranteze
- \$ este **asociativ la dreapta** și este util pentru a rescrie structuri de genul **f (g (h ... x))**, nu poate suplini orice fel de paranteze (vezi (odd . fst) mai sus)

# Limbajul Haskell – Cuprins

- Sintaxă
- Perechi și liste
- Funcții
- Pattern matching
- Operatorii . și \$
- Expresii condiționale
- Legare statică
- Evaluare leneșă

# Condiționala **if**

**if** condiție **then** rezultatThen **else** rezultatElse

## Exemple

```
if 2<3 then "all normal" else "what did just happen?"  -- "all normal"
```

```
uglySum l = if null l then 0  
           else head l + uglySum (tail l)
```


## Observație

- Un cod Haskell elegant va folosi pattern matching sau gărzi (vom vedea) înainte de a folosi `if`

# Condiționala **case**

```
case expresie of  
  pattern1 -> rezultat1  
  pattern2 -> rezultat2  
  ...  
  patternn -> rezultatn
```

Are sens atunci când nu putem folosi pattern matching sau gărzi, de exemplu aici când verificăm structura lui head matrix, fără să o putem verifica pe a lui matrix în loc



## Exemplu

```
myTranspose matrix = case (head matrix) of  
  [] -> []  
  _ -> map head matrix : myTranspose (map tail matrix)
```

# Gărzi

```
f parametri  
  | condiție1 = rezultat1  
  | condiție2 = rezultat2  
  ...  
  | condițien = rezultatn  
  [| otherwise = rezultatn] ← opțional
```

## Exemplu

```
allEqual a b c  
  | a==b = b==c  
  | otherwise = False
```

Au sens atunci când punem condiții asupra variabilelor, mai degrabă decât să le potrivim cu o anumită structură (caz în care am folosi pattern matching)

# Limbajul Haskell – Cuprins

- Sintaxă
- Perechi și liste
- Funcții
- Pattern matching
- Operatorii . și \$
- Expresii condiționale
- Legare statică
- Evaluare leneșă

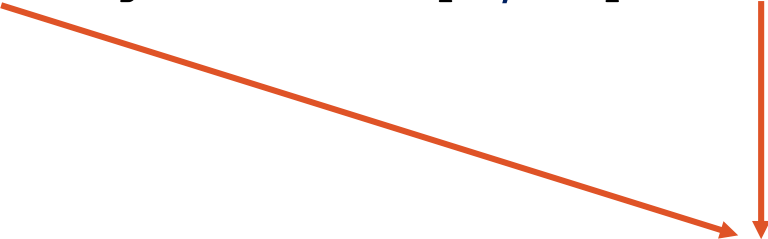
# Legarea variabilelor în Haskell – statică

- Doar legare **statică**
- Expresii pentru legare locală: **let** legări **in** expr, expr **where** legări

## Exemple

```
myFoldl f acc [] = acc
myFoldl f acc (x:xs) =
    let
        newAcc = f acc x
    in myFoldl f newAcc xs
```

```
myFoldr f acc [] = acc
myFoldr f acc (x:xs) = f x rightResult
    where rightResult = myFoldr f acc xs
```



Au sens pentru a spori lizibilitatea codului  
sau pentru a evita apelarea repetată a  
aceleiași funcții pe aceleași argumente



# Limbajul Haskell – Cuprins

- Sintaxă
- Perechi și liste
- Funcții
- Pattern matching
- Operatorii . și \$
- Expresii condiționale
- Legare statică
- Evaluare leneșă

# Evaluare leneșă

- Toate funcțiile sunt **nestricte**
- **Evaluare leneșă:** subexpresiile (argumentele) sunt pasate funcției fără a fi evaluate, în corpul funcției ele se vor evalua (eventual parțial) maxim o dată

## Exemple

1. `f x = 2*x`

2. `g x = f 2 + f 2`

3. `h x = x*x*x`

`g 5`

-- 2 aplicări distincte ale lui f => se evaluează de 2 ori

-- `f 2 + f 2 -> 4 + f 2 -> 4 + 4 -> 8`

`h (f 2)`

-- argumentul se evaluează o dată și se folosește de 3 ori

-- `(f 2)*(f 2)*(f 2) -> 4*4*4 -> 64`

# Fluxuri

- Evaluare leneșă => toate **listele sunt fluxuri** (se evaluează în măsura în care e nevoie)

## Exemple

```
naturals = let loop n = n : loop (n+1) in loop 0
```

```
ones = 1 : ones
```

```
fibonacci = 0 : 1 : zipWith (+) fibonacci (tail fibonacci)
```

```
evens = filter even naturals
```

# Test

Definiți următoarele fluxuri în Racket:

- $1, 1/2, 1/3, 1/4 \dots$  – folosind o definiție explicită
- $1, 1/2, 1/6, 1/12, 1/20 \dots$  – folosind o definiție implicită  
(obs:  $2=1*2, 6=2*3, 12=3*4 \dots$ )

# Generarea intervalelor

`[start..stop]` sau `[start..]`

`[start,next..stop]` sau `[start,next..]` `--next` dă pasul

## Exemple

`[1..5]`

`[1,3..10]`

`[10,7..0]`

`[20,19.5..]`

# Generarea intervalelor

`[start..stop]` sau `[start..]`

`[start,next..stop]` sau `[start,next..]` `--next` dă pasul

## Exemple

`[1..5]` `-- [1,2,3,4,5]`

`[1,3..10]` `-- [1,3,5,7,9]`

`[10,7..0]` `-- [10,7,4,1]`

`[20,19.5..]` `-- lista infinită [20,19.5,19,18.5..]`

# List comprehensions

```
[ expr | generatori, condiții, legări locale ]
```

## Exemple

Întâi toate rezultatele pentru x=1, apoi toate pentru x=2, apoi toate pentru x=3



```
lc1 = [ (x,y,z) | x<-[1..3], y<-[1..4], x<y, let z = x+y, odd z ]
```

```
fibonacci = 0 : 1 : [ x+y | (x,y) <- zip fibonacci (tail fibonacci) ]
```

```
qsort [] = []
```

```
qsort (x:xs) =
```

```
  qsort [ y | y<-xs, y<=x ] ++
```

```
  [x] ++
```

```
  qsort [ y | y<-xs, y>x ]
```

# Tipare – Cuprins

- Tipare tare / slabă
- Tipare statică / dinamică
- Tipuri primitive și constructori de tip
- Tipuri definite de utilizator
- Tipuri parametrizate
- Expresii de tip



# Tipare tare / slabă

- **Tipare tare:** nu se permit operații pe argumente care nu au tipul corect (se convertește tipul numai în cazul în care nu se pierde informație la conversie)

**Exemplu:**  $1 + "23"$  → eroare (Racket, Haskell)

- **Tipare slabă:** nu se verifică corectitudinea tipurilor, se face cast după reguli specifice limbajului

**Exemplu:**  $1 + "23" = 24$  (Visual Basic)  
 $1 + "23" = "123"$  (JavaScript)

# Tipare – Cuprins

- Tipare tare / slabă
- Tipare statică / dinamică
- Tipuri primitive și constructori de tip
- Tipuri definite de utilizator
- Tipuri parametrizate
- Expresii de tip

# Tipare statică / dinamică

- **Tipare statică:** verificarea tipurilor se face la compilare
  - atât variabilele cât și valorile au un tip asociat

**Exemple:** C++, Java, Haskell, ML, Scala, etc.

- **Tipare dinamică:** verificarea tipurilor se face la execuție
  - numai valorile au un tip asociat

**Exemple:** Python, Racket, Prolog, Javascript, etc.

# Tipare – Cuprins

- Tipare tare / slabă
- Tipare statică / dinamică
- Tipuri primitive și constructori de tip
- Tipuri definite de utilizator
- Tipuri parametrizate
- Expresii de tip

# Tipuri primitive în Haskell

## Tip

**Bool** = [True, False]

**Char** = [.. 'a', 'b', ..]

**Int** = [.. -1, 0, 1, ..]

Altele: **Integer**, **Float**, **Double**, etc.

## Tipare expresie (:t expr)

True :: Bool

'a' :: Char

(fib 0) :: Int

# Constructorii de tip

**Constructor de tip** = „funcție” care creează un tip compus pe baza unor tipuri mai simple

- **(,, ...)** :  $MT^n \rightarrow MT$  (MT = mulțimea tipurilor)
  - $(t_1, t_2, \dots, t_n)$  = **tuplu** cu elemente de tipurile  $t_1, t_2, \dots, t_n$
  - **Ex:** (Bool, Char) echivalent cu (,) Bool Char
- **[ ]** :  $MT \rightarrow MT$ 
  - $[t]$  = **listă** cu elemente de tip  $t$
  - **Ex:** [Int] echivalent cu [ ] Int
- **->** :  $MT^2 \rightarrow MT$ 
  - $t_1 \rightarrow t_2$  = **funcție** de un parametru de tip  $t_1$  care calculează valori de tip  $t_2$
  - **Ex:** Int -> Int echivalent cu (->) Int Int

# Tipul funcțiilor n-are

**Exemplu:** `add x y = x + y` (pentru simplitate, presupunem că `+` merge doar pe `Int`)

- Având în vedere că toate funcțiile sunt curry, care este tipul lui `(add 2)`?

# Tipul funcțiilor n-are

**Exemplu:** `add x y = x + y` (pentru simplitate, presupunem că `+` merge doar pe `Int`)

- Având în vedere că toate funcțiile sunt curry, care este tipul lui `(add 2)`?

`(add 2) :: Int -> Int`

- În aceste condiții, care este tipul lui `add`?



# Tipul funcțiilor n-are

**Exemplu:**  $\text{add } x \ y = x + y$  (pentru simplitate, presupunem că  $+$  merge doar pe `Int`)

- Având în vedere că toate funcțiile sunt curry, care este tipul lui `(add 2)`?

`(add 2) :: Int -> Int`

- În aceste condiții, care este tipul lui `add`?

`add :: Int -> (Int -> Int)`      echivalent cu

`add :: Int -> Int -> Int`      întrucât **-> este asociativ la dreapta**

- Cum am interpreta tipul `(Int -> Int) -> Int`?

# Tipul funcțiilor n-are

**Exemplu:**  $\text{add } x \ y = x + y$  (pentru simplitate, presupunem că  $+$  merge doar pe `Int`)

- Având în vedere că toate funcțiile sunt curry, care este tipul lui `(add 2)`?

`(add 2) :: Int -> Int`

- În aceste condiții, care este tipul lui `add`?

`add :: Int -> (Int -> Int)`      echivalent cu

`add :: Int -> Int -> Int`      întrucât **-> este asociativ la dreapta**

- Cum am interpreta tipul `(Int -> Int) -> Int`?

o funcție care – primește o funcție de la `Int` la `Int`  
– întoarce un `Int`

# Tipare – Cuprins

- Tipare tare / slabă
- Tipare statică / dinamică
- Tipuri primitive și constructori de tip
- Tipuri definite de utilizator
- Tipuri parametrizate
- Expresii de tip

# Tipuri definite de utilizator

- Cuvântul cheie **data** dă utilizatorului posibilitatea definirii unui TDA cu implementare completă (constructori, operatori, axiome)

```
data NumeTip = Cons1 t11 .. t1i |  
             Cons2 t21 .. t2j | ... |  
             Consn tn1 .. tnk
```

Numele constructorilor valorilor tipului și  
tipurile parametrilor acestora (dacă au)



## Exemple

```
data RH = Pos | Neg -- doar constructori nulari  
data ABO = O | A | B | AB -- doar constructori nulari  
data BloodType = BloodType ABO RH -- constructor extern
```

# Exemplu – Tipul Natural

```
1. data Natural = Zero | Succ Natural -- constructori nular și intern
2.           deriving Show -- face posibilă afișarea valorilor tipului
3. unu = Succ Zero
4. doi = Succ unu
5. trei = Succ doi
6.
7. addN :: Natural -> Natural -> Natural -- arată exact ca axiomele
8. addN Zero n = n
9. addN (Succ m) n = Succ (addN m n)

addN unu trei           -- Succ (Succ (Succ (Succ Zero)))
```

# Constructorii valorilor unui TDA

## Dublă utilizare a constructorilor valorilor unui TDA

- Compun noi valori pe baza celor existente (comportament de **funcție**)

**Exemple:** `unu = Succ Zero`  
`doi = Succ unu`

- Descompun valori existente în scopul identificării structurii lor (comportament de **pattern**)

**Exemple:** `addN Zero n = n`  
`addN (Succ m) n = Succ (addN m n)`

# Tipare – Cuprins

- Tipare tare / slabă
- Tipare statică / dinamică
- Tipuri primitive și constructori de tip
- Tipuri definite de utilizator
- Tipuri parametrizate
- Expresii de tip

# Tipuri parametrizate

- **Constructorii de valori** ale tipului (ex: `:`, **Succ**)
  - Pot primi valori ca argumente pentru a produce noi valori

**Exemple:** `unu = Succ Zero`  
`lista_unu = 1 : []`

- **Constructorii de tip** (ex: `[]`, `(,)`, `->`)
  - Pot primi tipuri ca argumente pentru a produce noi tipuri

**Exemple:** `[Int]`, `[Char]`, `[[Char]]`  
`(Int, Char)`, `([Char], Int, Int)`

- Când TDA-ul sau funcțiile noastre se comportă la fel indiferent de tipul valorilor pe care le manipulează, folosim variabile (parametri) de tip

**Exemple:** `[a]` - o listă cu elemente de un tip oarecare a  
`(a, b)` - o pereche de un element de un tip oarecare a  
și un altul de un tip oarecare b



# Exemplu – Tipul (Maybe a)

Tipul (**Maybe a**) există în Haskell și este definit astfel:

```
data Maybe a = Nothing | Just a
```

Constructor de tip      Parametru de tip      Constructori de valori ale tipului

- Se folosește pentru situații când funcția întoarce sau nu un rezultat (de exemplu pentru funcții de căutare care ar putea să găsească sau nu ceea ce caută)
- În funcție de ce tip de valoare va stoca acest tip de date atunci când are ce stoca, constructorul de tip va produce un `Maybe Int` sau un `Maybe Char`, etc.

# Exemplu de instanțiere (Maybe a)

Să se găsească suma pară maximă dintre sumele elementelor listelor unei liste de liste, dacă există (ex: `findMaxEvenSum [[1,2,3,4,5],[2,2],[2,4]] = Just 6`).

1. `--findMaxEvenSum :: [[Int]] -> Maybe Int`

2. `findMaxEvenSum [] = Nothing`

3. `findMaxEvenSum (l:ls)`

4. `| even lsum = case findMaxEvenSum ls of`

5. `Just s -> Just (max lsum s)`

6. `_ -> Just lsum`

7. `| otherwise = findMaxEvenSum ls`

8. `where lsum = sumL l`

Din cauză că `sumL` este declarat ca `sumL :: Int -> Int` funcția va întoarce un `(Maybe Int)`

# Tipare – Cuprins

- Tipare tare / slabă
- Tipare statică / dinamică
- Tipuri primitive și constructori de tip
- Tipuri definite de utilizator
- Tipuri parametrizate
- Expresii de tip

# Expresii de tip

- Expresiile reprezintă valori / expresiile de tip reprezintă tipuri

**Exemple:** `Char, Int -> Int -> Int, (Char, [Int])`

- **Declararea semnăturii** unei funcții (opțională în Haskell) **`f :: exprDeTip`**  
= asociere între numele funcției și o expresie de tip, cu rol de:
  - **Documentare** (ce ar trebui să facă funcția)
  - **Abstractizare** (surprinde cel mai general comportament al funcției, funcția percepută ca operator al unui anumit TDA sau al unei clase de TDA-uri)
  - **Verificare** (Haskell generează o eroare dacă intenția (declarația) nu se potrivește cu implementarea)

# Exemplu - myMap

`myMap :: (a -> b) -> [a] -> [b]` trebuie să:  
primească: o funcție de la un tip a la un tip b  
o listă de elemente de tip a  
întoarcă: o listă de elemente de tip b

- Dacă implementăm `myMap` astfel:

1. `myMap :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
2. `myMap f [] = []`
3. `myMap f (x:xs) = f (f x) : myMap f xs`

compilatorul va da eroare, arătând că funcția nu se comportă conform declarației.

- Fără declarația de tip, Haskell ar fi dedus singurul tipul lui `myMap` și ne-ar fi lăsat să continuăm cu o funcție care nu face ceea ce dorim.

# Observații

Verificarea strictă a tipurilor înseamnă:

- Mai **multă siguranță** („dacă trece de compilare atunci merge“)
- Mai **puțină libertate**
  - Listele sunt neapărat omogene: **[a]**
    - Contrast cu liste ca `'(1 'a #t)` din Racket
  - Funcțiile întorc mereu valori de un același tip: **f :: ... -> b**
    - Contrast cu funcții ca `member` din Racket (care întoarce o listă sau #f)

# Comparație Racket - Haskell

	Racket	Haskell
Pur funcțional		
Funcții		
Pattern matching		
Legare		
Evaluare		
Tipare		

# Comparație Racket - Haskell

	Racket	Haskell
Pur funcțional	Nu	Da
Funcții		
Pattern matching		
Legare		
Evaluare		
Tipare		



# Comparație Racket - Haskell

	Racket	Haskell
Pur funcțional	Nu	Da
Funcții	Automat uncurry	Automat curry
Pattern matching		
Legare		
Evaluare		
Tipare		

# Comparație Racket - Haskell

	Racket	Haskell
Pur funcțional	Nu	Da
Funcții	Automat uncurry	Automat curry
Pattern matching	Nu	Da
Legare		
Evaluare		
Tipare		

# Comparație Racket - Haskell

	Racket	Haskell
Pur funcțional	Nu	Da
Funcții	Automat uncurry	Automat curry
Pattern matching	Nu	Da
Legare	Locală – statică, top-level - dinamică	Statică
Evaluare		
Tipare		

# Comparație Racket - Haskell

	Racket	Haskell
Pur funcțional	Nu	Da
Funcții	Automat uncurry	Automat curry
Pattern matching	Nu	Da
Legare	Locală – statică, top-level - dinamică	Statică
Evaluare	Aplicativă	Leneșă
Tipare		

# Comparație Racket - Haskell

	Racket	Haskell
Pur funcțional	Nu	Da
Funcții	Automat uncurry	Automat curry
Pattern matching	Nu	Da
Legare	Locală – statică, top-level - dinamică	Statică
Evaluare	Aplicativă	Leneșă
Tipare	Tare, dinamică	Tare, statică

# Rezumat

Perechi și liste

Funcții

. și \$

Expresii condiționale

Expresii pentru legare locală

Evaluare leneșă

List comprehensions

Tipare tare/slabă

Tipare statică/dinamică

Constructorii de tip

Tipuri definite de utilizator

Tipuri parametrizate

Declararea semnăturii

# Rezumat

**Perechi și liste:** (1,'a'), fst, snd, [1,2,3], [], :, head, tail, null, length, ++

Funcții

. și \$

Expresii condiționale

Expresii pentru legare locală

Evaluare leneșă

List comprehensions

Tipare tare/slabă

Tipare statică/dinamică

Constructorii de tip

Tipuri definite de utilizator

Tipuri parametrizate

Declararea semnăturii

# Rezumat

**Perechi și liste:** (1,'a'), fst, snd, [1,2,3], [], :, head, tail, null, length, ++

**Funcții:** \x y -> corp, f x y = corp

. și \$

Expresii condiționale

Expresii pentru legare locală

Evaluare leneșă

List comprehensions

Tipare tare/slabă

Tipare statică/dinamică

Constructorii de tip

Tipuri definite de utilizator

Tipuri parametrizate

Declararea semnăturii



# Rezumat

**Perechi și liste:** (1,'a'), fst, snd, [1,2,3], [], :, head, tail, null, length, ++

**Funcții:** \x y -> corp, f x y = corp

**. și \$:** compunere de funcții / aplicație de funcție

Expresii condiționale

Expresii pentru legare locală

Evaluare leneșă

List comprehensions

Tipare tare/slabă

Tipare statică/dinamică

Constructorii de tip

Tipuri definite de utilizator

Tipuri parametrizate

Declararea semnăturii

# Rezumat

**Perechi și liste:** (1,'a'), fst, snd, [1,2,3], [], :, head, tail, null, length, ++

**Funcții:** \x y -> corp, f x y = corp

**. și \$:** compunere de funcții / aplicație de funcție

**Expresii condiționale:** if, case, gărzi

Expresii pentru legare locală

Evaluare leneșă

List comprehensions

Tipare tare/slabă

Tipare statică/dinamică

Constructorii de tip

Tipuri definite de utilizator

Tipuri parametrizate

Declararea semnăturii

# Rezumat

**Perechi și liste:** (1,'a'), fst, snd, [1,2,3], [], :, head, tail, null, length, ++

**Funcții:** \x y -> corp, f x y = corp

**. și \$:** compunere de funcții / aplicație de funcție

**Expresii condiționale:** if, case, gărzi

**Expresii pentru legare locală:** let, where

Evaluare leneșă

List comprehensions

Tipare tare/slabă

Tipare statică/dinamică

Constructorii de tip

Tipuri definite de utilizator

Tipuri parametrizate

Declararea semnăturii

# Rezumat

**Perechi și liste:** (1,'a'), fst, snd, [1,2,3], [], :, head, tail, null, length, ++

**Funcții:** \x y -> corp, f x y = corp

**. și \$:** compunere de funcții / aplicație de funcție

**Expresii condiționale:** if, case, gărzi

**Expresii pentru legare locală:** let, where

**Evaluare leneșă:** argumentele nu se evaluează la apel, apoi se evaluează maxim o dată

List comprehensions

Tipare tare/slabă

Tipare statică/dinamică

Constructorii de tip

Tipuri definite de utilizator

Tipuri parametrizate

Declararea semnăturii

# Rezumat

**Perechi și liste:** (1,'a'), fst, snd, [1,2,3], [], :, head, tail, null, length, ++

**Funcții:** \x y -> corp, f x y = corp

**. și \$:** compunere de funcții / aplicație de funcție

**Expresii condiționale:** if, case, gărzi

**Expresii pentru legare locală:** let, where

**Evaluare leneșă:** argumentele nu se evaluează la apel, apoi se evaluează maxim o dată

**List comprehensions:** [ expr | generatori, condiții, legări locale ]

Tipare tare/slabă

Tipare statică/dinamică

Constructorii de tip

Tipuri definite de utilizator

Tipuri parametrizate

Declararea semnăturii

# Rezumat

**Perechi și liste:** (1,'a'), fst, snd, [1,2,3], [], :, head, tail, null, length, ++

**Funcții:** \x y -> corp, f x y = corp

**. și \$:** compunere de funcții / aplicație de funcție

**Expresii condiționale:** if, case, gărzi

**Expresii pentru legare locală:** let, where

**Evaluare leneșă:** argumentele nu se evaluează la apel, apoi se evaluează maxim o dată

**List comprehensions:** [ expr | generatori, condiții, legări locale ]

**Tipare tare/slabă:** absența / prezența conversiilor implicite de tip

Tipare statică/dinamică

Constructorii de tip

Tipuri definite de utilizator

Tipuri parametrizate

Declararea semnăturii

# Rezumat

**Perechi și liste:** (1,'a'), fst, snd, [1,2,3], [], :, head, tail, null, length, ++

**Funcții:** \x y -> corp, f x y = corp

**. și \$:** compunere de funcții / aplicație de funcție

**Expresii condiționale:** if, case, gărzi

**Expresii pentru legare locală:** let, where

**Evaluare leneșă:** argumentele nu se evaluează la apel, apoi se evaluează maxim o dată

**List comprehensions:** [ expr | generatori, condiții, legări locale ]

**Tipare tare/slabă:** absența / prezența conversiilor implicite de tip

**Tipare statică/dinamică:** verificarea tipurilor se face la compilare / execuție

Constructorii de tip

Tipuri definite de utilizator

Tipuri parametrizate

Declararea semnăturii

# Rezumat

**Perechi și liste:** (1,'a'), fst, snd, [1,2,3], [], :, head, tail, null, length, ++

**Funcții:** \x y -> corp, f x y = corp

**. și \$:** compunere de funcții / aplicație de funcție

**Expresii condiționale:** if, case, gărzi

**Expresii pentru legare locală:** let, where

**Evaluare leneșă:** argumentele nu se evaluează la apel, apoi se evaluează maxim o dată

**List comprehensions:** [ expr | generatori, condiții, legări locale ]

**Tipare tare/slabă:** absența / prezența conversiilor implicite de tip

**Tipare statică/dinamică:** verificarea tipurilor se face la compilare / execuție

**Constructorii de tip:** (,..), [], ->, tipurile definite cu „data”

Tipuri definite de utilizator

Tipuri parametrizate

Declararea semnăturii



# Rezumat

**Perechi și liste:** (1,'a'), fst, snd, [1,2,3], [], :, head, tail, null, length, ++

**Funcții:** \x y -> corp, f x y = corp

**. și \$:** compunere de funcții / aplicație de funcție

**Expresii condiționale:** if, case, gărzi

**Expresii pentru legare locală:** let, where

**Evaluare leneșă:** argumentele nu se evaluează la apel, apoi se evaluează maxim o dată

**List comprehensions:** [ expr | generatori, condiții, legări locale ]

**Tipare tare/slabă:** absența / prezența conversiilor implicite de tip

**Tipare statică/dinamică:** verificarea tipurilor se face la compilare / execuție

**Constructorii de tip:** (,..), [], ->, tipurile definite cu „data”

**Tipuri definite de utilizator:** data NumeTip = Cons<sub>1</sub> t<sub>11</sub> .. t<sub>1i</sub> | ... | Cons<sub>n</sub> t<sub>n1</sub> .. t<sub>nk</sub>

Tipuri parametrizate

Declararea semnăturii

# Rezumat

**Perechi și liste:** (1,'a'), fst, snd, [1,2,3], [], :, head, tail, null, length, ++

**Funcții:** \x y -> corp, f x y = corp

**. și \$:** compunere de funcții / aplicație de funcție

**Expresii condiționale:** if, case, gărzi

**Expresii pentru legare locală:** let, where

**Evaluare leneșă:** argumentele nu se evaluează la apel, apoi se evaluează maxim o dată

**List comprehensions:** [ expr | generatori, condiții, legări locale ]

**Tipare tare/slabă:** absența / prezența conversiilor implicite de tip

**Tipare statică/dinamică:** verificarea tipurilor se face la compilare / execuție

**Constructorii de tip:** (,..), [], ->, tipurile definite cu „data”

**Tipuri definite de utilizator:** data NumeTip = Cons<sub>1</sub> t<sub>11</sub> .. t<sub>1i</sub> | ... | Cons<sub>n</sub> t<sub>n1</sub> .. t<sub>nk</sub>

**Tipuri parametrizate:** (a,b), [a], a -> b, data ConsTip a b ...

**Declararea semnăturii**

# Rezumat

**Perechi și liste:** (1,'a'), fst, snd, [1,2,3], [], :, head, tail, null, length, ++

**Funcții:** \x y -> corp, f x y = corp

**. și \$:** compunere de funcții / aplicație de funcție

**Expresii condiționale:** if, case, gărzi

**Expresii pentru legare locală:** let, where

**Evaluare leneșă:** argumentele nu se evaluează la apel, apoi se evaluează maxim o dată

**List comprehensions:** [ expr | generatori, condiții, legări locale ]

**Tipare tare/slabă:** absența / prezența conversiilor implicite de tip

**Tipare statică/dinamică:** verificarea tipurilor se face la compilare / execuție

**Constructorii de tip:** (,..), [], ->, tipurile definite cu „data”

**Tipuri definite de utilizator:** data NumeTip = Cons<sub>1</sub> t<sub>11</sub> .. t<sub>1i</sub> | ... | Cons<sub>n</sub> t<sub>n1</sub> .. t<sub>nk</sub>

**Tipuri parametrizate:** (a,b), [a], a -> b, data ConsTip a b ...

**Declararea semnăturii:** f :: exprTip