PARADIGME DE PROGRAMARE

Curs 3

Funcții ca valori de ordinul întâi. Funcționale. Abstractizare.

Funcții ca valori de ordinul întâi – Cuprins

- Importanța Calculului Lambda în matematică și programare
- Valori de ordinul întâi
- Funcții ca valori ale unor variabile / membri ai unor structuri
- Funcții ca valori de retur (funcții curry)
- Funcții ca argumente pentru alte funcții
- Abstractizare
- Abstractizarea la nivel de proces (funcționale)
- Abstractizarea la nivel de date

Calcul Lambda

Istoric

- Inventat de Alonzo Church în 1932 ca un formalism matematic menit să descrie comportamentul computațional al funcțiilor (completând definiția matematică a funcțiilor ca mulțimi de perechi argument-valoare)
- Nu a reușit să înlocuiască teoria mulțimilor ca fundament al matematicii, însă s-a dovedit un model de calculabilitate echivalent cu modelul propus de Turing (Mașina Turing)
- Definiția lui Turing a avut un impact mai mare întrucât propunea un model de mașină pe care să se execute algoritmii
- Privit ca **primul limbaj funcțional**, pe care se bazează toate celelalte

Aspecte remarcabile

- **Simplitate:** orice valoare se poate modela cu doar 3 constructori
- **Generalitate:** funcțiile se pot aplica pe ele însele (imposibil în teoria mulțimilor, ideea de mulțime care se conține pe ea însăși ducând la paradoxuri)

Funcții ca valori de ordinul întâi – Cuprins

- Importanța Calculului Lambda în matematică și programare
- Valori de ordinul întâi
- Funcții ca valori ale unor variabile / membri ai unor structuri
- Funcții ca valori de retur (funcții curry)
- Funcții ca argumente pentru alte funcții
- Abstractizare
- Abstractizarea la nivel de proces (funcționale)
- Abstractizarea la nivel de date

Valori de ordinul întâi

Date de ordinul întâi – pot fi:

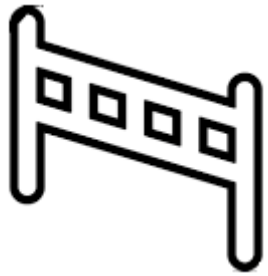
- Valori ale unor variabile
- Membri în structuri compuse
- Trimise ca argumente unor funcții
- Valori returnate de o funcție

Exemple

Lucruri

Substantive

Date



Nu neapărat de ordinul întâi

Acțiuni

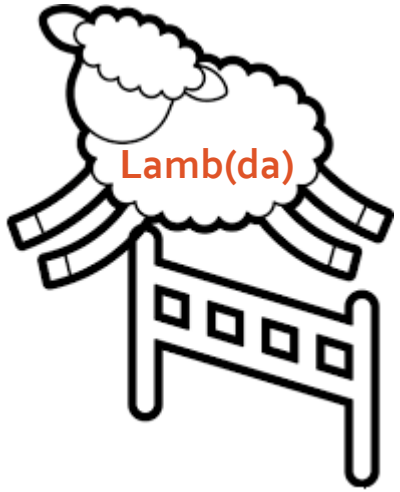
Verbe

Funcții

Valori de ordinul întâi

Date de ordinul întâi – în programarea funcțională, avem **doar valori de ordinul întâi**!

- Valori ale unor variabile
- Membri în structuri compuse
- Trimise ca argumente unor funcții
- Valori returnate de o funcție



Exemple

Lucruri

Substantive

Date

Nu neapărat de ordinul întâi

Acțiuni

Verbe

Funcții

Funcții ca valori de ordinul întâi – Cuprins

- Importanța Calculului Lambda în matematică și programare
- Valori de ordinul întâi
- Funcții ca valori ale unor variabile / membri ai unor structuri
- Funcții ca valori de retur (funcții curry)
- Funcții ca argumente pentru alte funcții
- Abstractizare
- Abstractizarea la nivel de proces (funcționale)
- Abstractizarea la nivel de date

Funcții ca valori evaluate la ele însele

```
1.  (define a +)
2.  (a 2 3 5)
3.
4.  null?
5.
6.  (define fs (list + (λ (x y) (- x y y)) 5))
7.  fs
8.
9.  ((cadr fs) 20 8)
```

← identificatorul a se leagă la valoarea funcției +

← funcția null? se evaluează la ea însăși

← al doilea element al listei fs este o funcție anonimă

Funcții ca valori evaluate la ele însele

```
1.  (define a +)
2.  (a 2 3 5)                                   ;; 10
3.
4.  null?                                       ;; #<procedure:null?>
5.
6.  (define fs (list + (λ (x y) (- x y y)) 5))
7.  fs                                          ;; '(#<procedure:+> #<procedure> 5)
8.
9.  ((cadr fs) 20 8)                            ;; 4
```

Funcții ca valori de ordinul întâi – Cuprins

- Importanța Calculului Lambda în matematică și programare
- Valori de ordinul întâi
- Funcții ca valori ale unor variabile / membri ai unor structuri
- Funcții ca valori de retur (funcții curry)
- Funcții ca argumente pentru alte funcții
- Abstractizare
- Abstractizarea la nivel de proces (funcționale)
- Abstractizarea la nivel de date

Funcții ca valori de retur

```
1.  (define (f x)
2.    (if (< x 100) + -))
3.  (f 25)
4.  ((f 120) 16 4)
5.
6.  (define (g x)
7.    (λ (y)
8.      (cons x y)))
9.  (g 2)
10. ((g 2) '(5 2))
```

← funcția f (aplicată pe un argument) returnează o funcție de bibliotecă (+ sau -)

← funcția g (aplicată pe un argument) returnează o funcție anonimă

Funcții ca valori de retur

```
1.  (define (f x)
2.    (if (< x 100) + -))
3.  (f 25)                              ;; #<procedure:+>
4.  ((f 120) 16 4)                      ;; 12
5.
6.  (define (g x)
7.    (λ (y)
8.      (cons x y)))
9.  (g 2)                               ;; #<procedure>
10. ((g 2) '(5 2))                      ;; '(2 5 2)
```

Funcții curry / uncurry

În Calculul Lambda există doar funcții **unare**, **anonime** – suficiente pentru a simula orice funcție n-ară

- O funcție binară se poate simula printr-o funcție unară care întoarce o altă funcție unară
- O funcție ternară se poate simula printr-o funcție unară care întoarce o funcție ca mai sus
- ... etc.

Funcția curry

- **Își primește argumentele pe rând**
- Poate fi aplicată parțial (doar pe o parte din argumente) caz în care întoarce o nouă funcție

Funcția uncurry

- **Își primește obligatoriu toate argumentele deodată**
- Nu poate fi aplicată parțial (o asemenea încercare rezultă într-o eroare)

Funcții curry / uncurry - Exemple

```
1.  (define (plus-curry x)
2.    (λ (y)
3.      (+ x y)))
4.
5.  (plus-curry 2)
6.  ((plus-curry 2) 10)
7.
8.  (define inc (plus-curry 1))
9.  (inc 10)
```

pe rând

```
(define (plus-uncurry x y)
  (+ x y))
```

deodată

```
(plus-uncurry 2 3)

(plus-uncurry 2)
```

Funcții curry / uncurry - Exemple

```
1.  (define (plus-curry x)
2.    (λ (y)
3.      (+ x y)))
4.
5.  (plus-curry 2) ;; #<procedure>
6.  ((plus-curry 2) 10) ;; 12
7.
8.  (define inc (plus-curry 1))
9.  (inc 10)              ;; 11
```

```
(define (plus-uncurry x y)
  (+ x y))


(plus-uncurry 2 3) ;; 5

(plus-uncurry 2)
  ;; plus-uncurry: arity mismatch;
```

Funcții curry / uncurry

Conduc la **reutilizare de cod**:

- Permit derivarea facilă de funcții din alte funcții (ex: inc din plus-curry)
- Aceste derivări pot avea loc ad-hoc, acolo unde este nevoie de ele

- **Exemplu** rezolvat la calculator: sortarea prin inserție, folosind un comparator oarecare

Funcții ca valori de ordinul întâi – Cuprins

- Importanța Calculului Lambda în matematică și programare
- Valori de ordinul întâi
- Funcții ca valori ale unor variabile / membri ai unor structuri
- Funcții ca valori de retur (funcții curry)
- Funcții ca argumente pentru alte funcții
- Abstractizare
- Abstractizarea la nivel de proces (funcționale)
- Abstractizarea la nivel de date

Funcții ca argumente pentru alte funcții

Exemple la calculator:

- Sortarea prin inserție cu comparator oarecare
- O funcție care aplică o transformare oarecare tuturor numerelor pare dintr-o listă
- Similar pentru numere impare, observând un șablon comun și **abstractizând** funcția astfel încât să se poată ușor folosi atât pentru numere pare cât și pentru numere impare

Observație

- Abstractizarea funcției de mai sus înseamnă o **generalizare**: de la posibilitatea de a transforma numere pare sau impare am generalizat la posibilitatea de a transforma elemente care satisfac o anumită condiție (conceptual, ne-am ridicat la un **nivel mai înalt**, mulțumită observării șablonului comun)

Funcții ca valori de ordinul întâi – Cuprins

- Importanța Calculului Lambda în matematică și programare
- Valori de ordinul întâi
- Funcții ca valori ale unor variabile / membri ai unor structuri
- Funcții ca valori de retur (funcții curry)
- Funcții ca argumente pentru alte funcții
- Abstractizare
- Abstractizarea la nivel de proces (funcționale)
- Abstractizarea la nivel de date

Programele sunt scrise pentru a fi înțelese

Scop

- Gestiunea complexității intelectuale a programelor (care trebuie întreținute și dezvoltate de oameni, nu doar executate pe niște mașini)

Mijloace

- **Primitive**
  - datele și funcțiile oferite de limbaj
- **Mijloace de combinare**
  - cum se pot pune primitivele împreună și construi obiecte mai complexe din ele
- **Mijloace de abstractizare**
  - cum se pot folosi combinările de elemente primitive ca și când ele însele ar fi primitive

Funcții ca valori de ordinul întâi – Cuprins

- Importanța Calculului Lambda în matematică și programare
- Valori de ordinul întâi
- Funcții ca valori ale unor variabile / membri ai unor structuri
- Funcții ca valori de retur (funcții curry)
- Funcții ca argumente pentru alte funcții
- Abstractizare
- Abstractizarea la nivel de proces (funcționale)
- Abstractizarea la nivel de date

Abstracțiuni procedurale

- Problemele se descompun în mod natural în **subprobleme**
- Fiecare din aceste subprobleme poate fi rezolvată de o **funcție separată**, care este ca o **cutie neagră** care îndeplinește o sarcină
  - din punct de vedere al problemei principale **nu interesează implementarea** funcției ajutătoare (care se poate realiza în diverse moduri)
  - orice funcție capabilă să îndeplinească sarcina este la fel de bună
  - funcția principală se folosește de o **abstracțiune procedurală** mai degrabă decât de o funcție ajutătoare concretă (rezolvarea este descrisă **conceptual** mai degrabă decât intrând în detalii de implementare)
  - spunem că programarea funcțională este de tip **wishful thinking**
    - descriem soluția in termeni conceptuali, „dorind" ca aceste concepte să existe în limbaj
    - oferim implementări pentru fiecare abstracțiune procedurală folosită de funcția principală

Abstracțiuni procedurale - Exemplu

Exemplu: primul număr mai mare sau egal decât start care este palindrom în minim b baze dintre bazele 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

```
1.  (define (first-b-pal start b)
2.    (if (min-b-bases? start b '(2 3 4 5 6 7 8 9 10))
3.        start
4.        (first-b-pal (+ 1 start) b)))
5.
6.  (define (min-b-bases? n b Bases)
7.    (cond ((zero? b) #t)
8.          ((null? Bases) #f)
9.          ((palindrome? (num->base n (car Bases))) (min-b-bases? n (- b 1) (cdr Bases)))
10.         (else (min-b-bases? n b (cdr Bases)))))
```

wishful thinking: îmi imaginez că min-b-bases? există

apoi o implementez (se putea implementa și altfel, de exemplu numărând toate bazele)

Abstracțiuni procedurale – Observații

- O abstracțiune este cu atât mai interesantă cu cât are mai **multe utilizări**
- **Nume sugestive** conduc la programe expresive (apropie programarea de modul în care oamenii gândesc)
- Pentru a folosi o funcție (un feature), utilizatorul trebuie să știe doar **ce face funcția, nu cum** este ea implementată
  - Nu știm cum sunt implementate funcțiile de bibliotecă, le folosim ca pe niște primitive utile (ex: cons, +, equal?)
  - Similar, un dezvoltator al programelor noastre ar trebui să poată folosi funcțiile scrise de noi ca pe niște primitive

Recunoașterea unui șablon comun

Exemple la calculator:

- Adunarea numerelor naturale de la a la b
- Aproximarea lui e conform seriei $e = 1/0! + 1/1! + 1/2! + 1/3! + \ldots$
- Aproximarea lui $\pi^2/8$ conform seriei $\pi^2/8 = 1/1^2 + 1/3^2 + 1/5^2 + \ldots$

Observații

- Funcțiile au foarte mult cod în comun
- Este util să identificăm un șablon mai abstract din care derivă toate cele 3 funcții
- Pașii de urmat: **Recunoaștere șablon** → **Definire** → **Reutilizare**

Recunoaștere → Definire → Reutilizare

Recunoașterea șablonului

- Reproducem porțiunile de cod comune
- Porțiunile care diferă devin variabile
- Ex: șablonul comun pentru `'(2 2)`, `'(3 3)`, `'(4 4)` este `(list x x)`

Definire

- Șablonului identificat la pasul anterior i se atribuie un nume sugestiv, care face programul ușor de înțeles

Reutilizare

- Cu cât șablonul se întâlnește mai frecvent, cu atât este mai important ca el să fie abstractizat (și multiplele sale instanțe să poată fi astfel derivate cu ușurință)

Test

Să se implementeze:

- Maximul elementelor dintr-o listă de numere, cu recursivitate pe coadă (există funcția `max` pentru maximul dintre 2 numere)
- Pătratul elementelor dintr-o listă de numere, cu recursivitate pe stivă (există funcția `sqr` pentru pătratul unui număr)

Funcționale (funcții de nivel înalt)

Funcționale (numite și **funcții de nivel înalt**)

- **Funcții care primesc ca argumente sau returnează funcții**
- **map**, **filter**, **foldl**, **foldr**, **apply** – funcționale predefinite în Racket, care abstractizează cele mai comune procese de calcul

Exemple la calculator:

- Maximul elementelor dintr-o listă de numere
- Extragerea inițialelor dintr-o listă de nume
- Extragerea pronumelor dintr-o listă de cuvinte
- Pătratele elementelor dintr-o listă de numere
- Numărul de elemente pare dintr-o listă
- Extragerea numerelor unei liste care sunt mai mici decât o valoare dată

Funcționale (funcții de nivel înalt)

Funcționale (numite și **funcții de nivel înalt**)

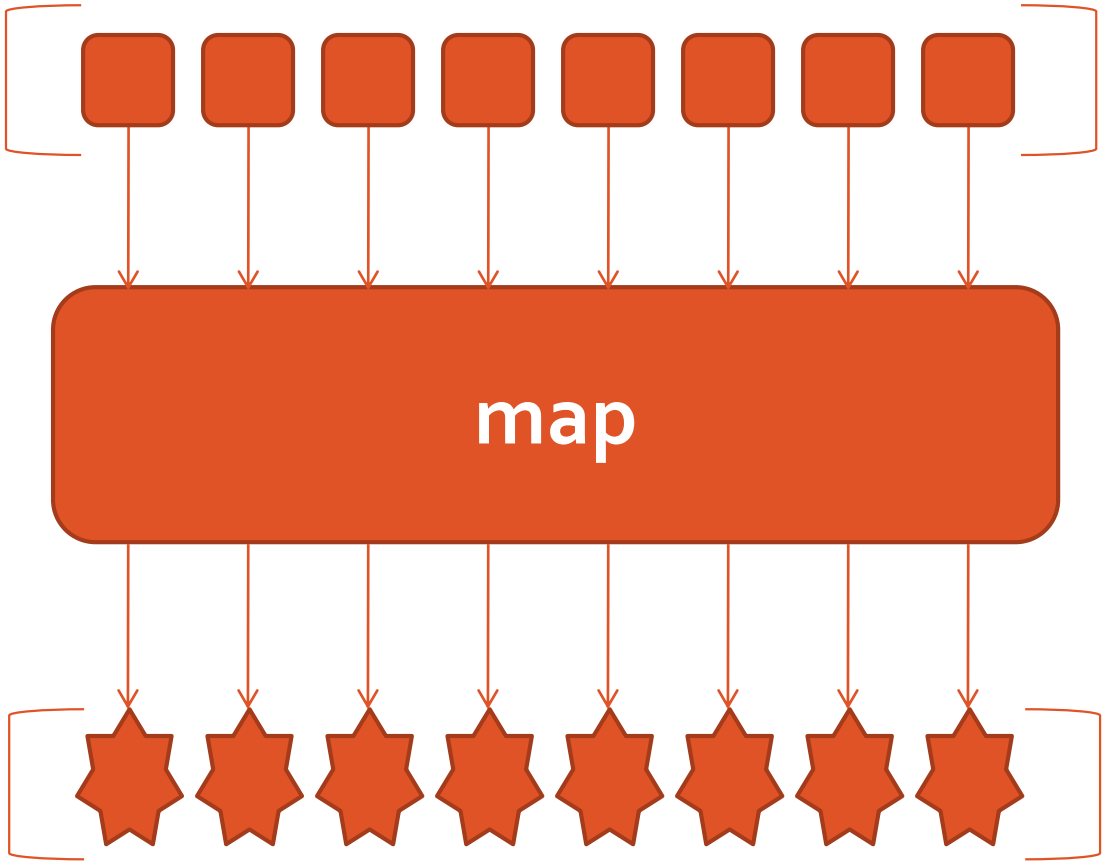
- **Funcții care primesc ca argumente sau returnează funcții**
- **map**, **filter**, **foldl**, **foldr**, **apply** – funcționale predefinite în Racket, care abstractizează cele mai comune procese de calcul pe liste

Exemple la calculator:

- Maximul elementelor dintr-o listă de numere
- Extragerea inițialelor dintr-o listă de nume
- Extragerea pronumelor dintr-o listă de cuvinte
- Pătratele elementelor dintr-o listă de numere
- Numărul de elemente pare dintr-o listă
- Extragerea numerelor unei liste care sunt mai mici decât o valoare dată

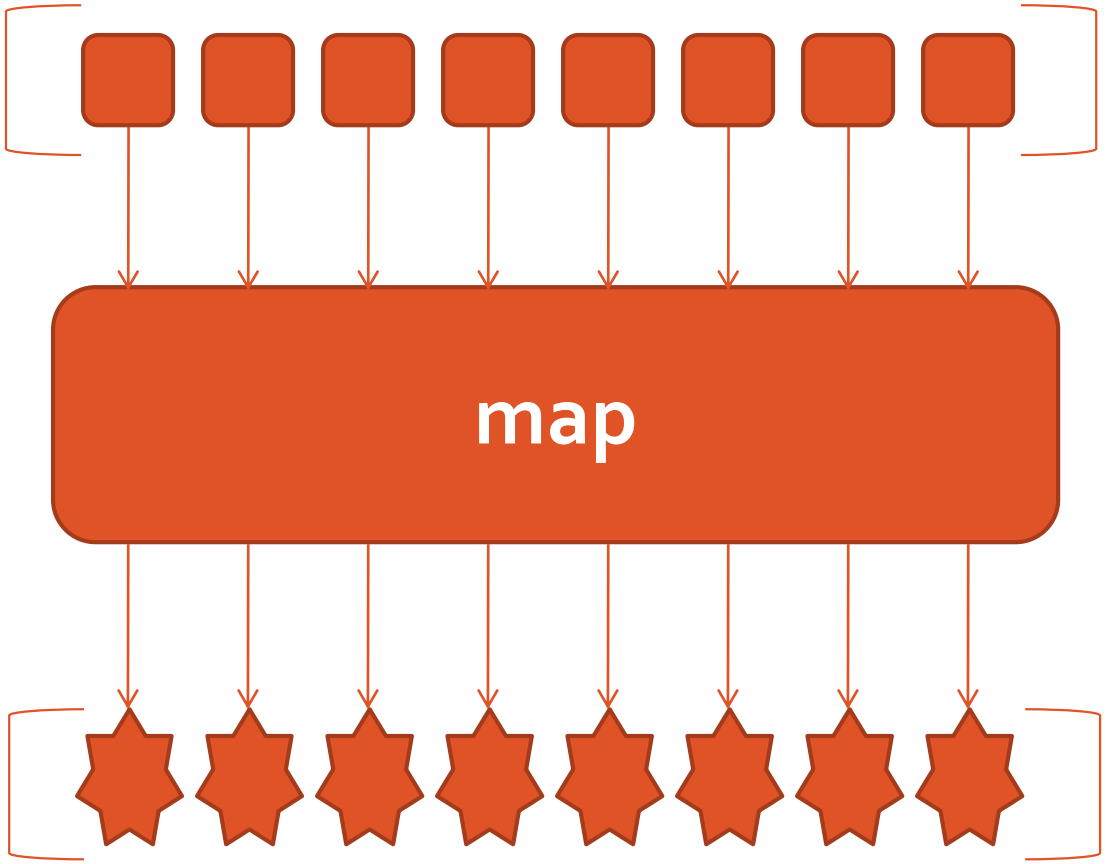
Funcționala map (map f L)

```
(map add1 (range 2 7))

(map sqr (range 2 7))

(map even? (range 2 7))

(map random (range 2 7))
```



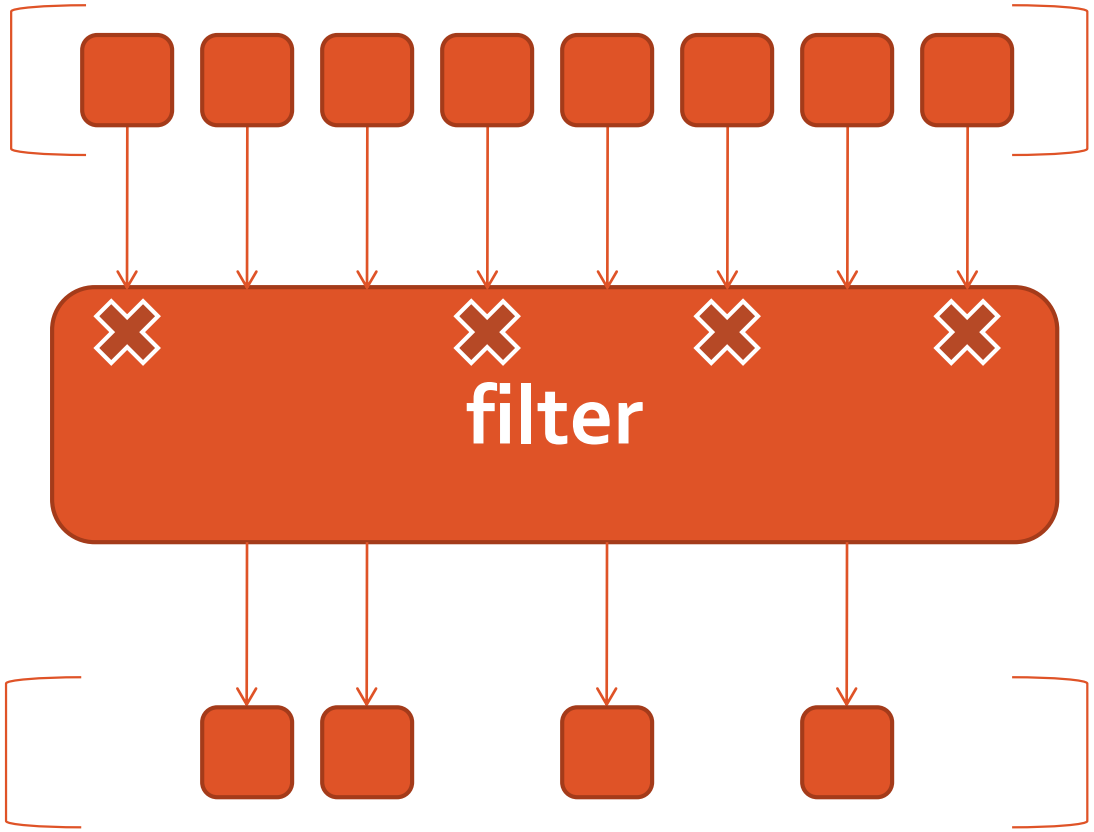
Funcționala map (map f L)

```
(map add1 (range 2 7))
    ;; '(3 4 5 6 7)
(map sqr (range 2 7))
    ;; '(4 9 16 25 36)
(map even? (range 2 7))
    ;; '(#t #f #t #f #t)
(map random (range 2 7))
    ;; surpriză ☺
```



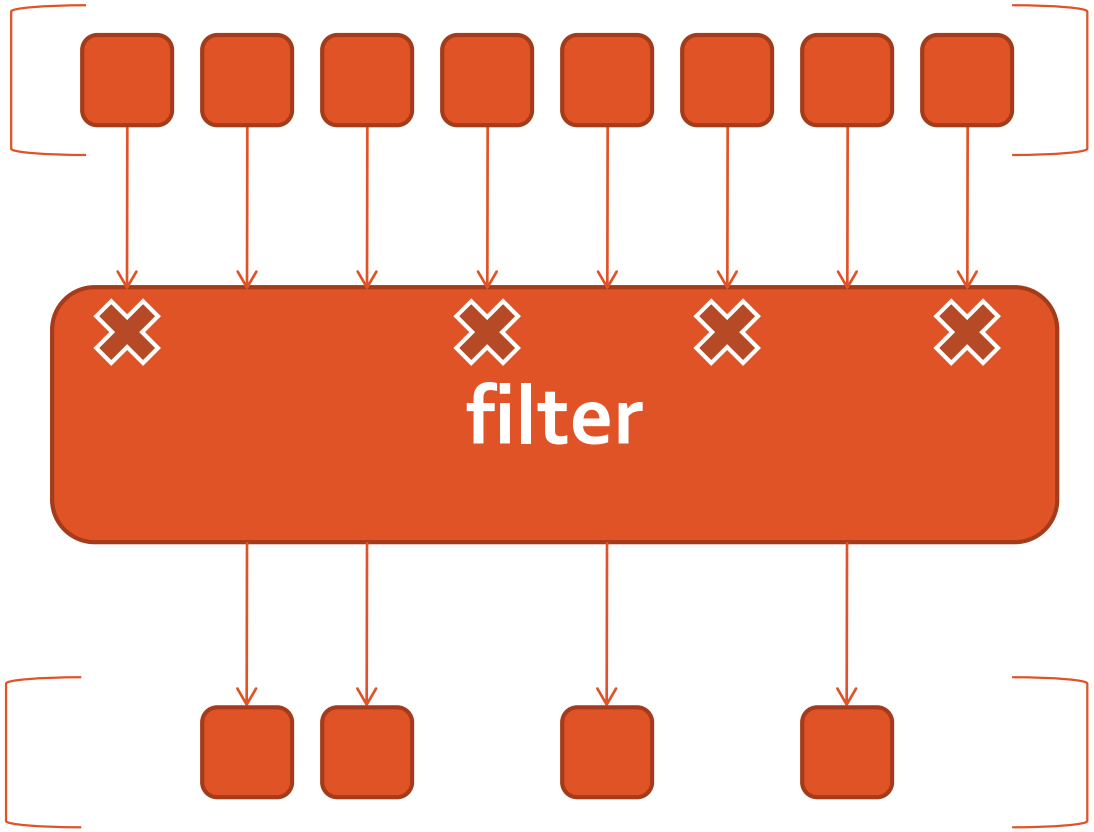
Funcționala filter (filter p L)

```
(filter even? (range 2 7))
```



Funcționala filter (filter p L)

```
(filter even? (range 2 7))
    ;; '(2 4 6)
```

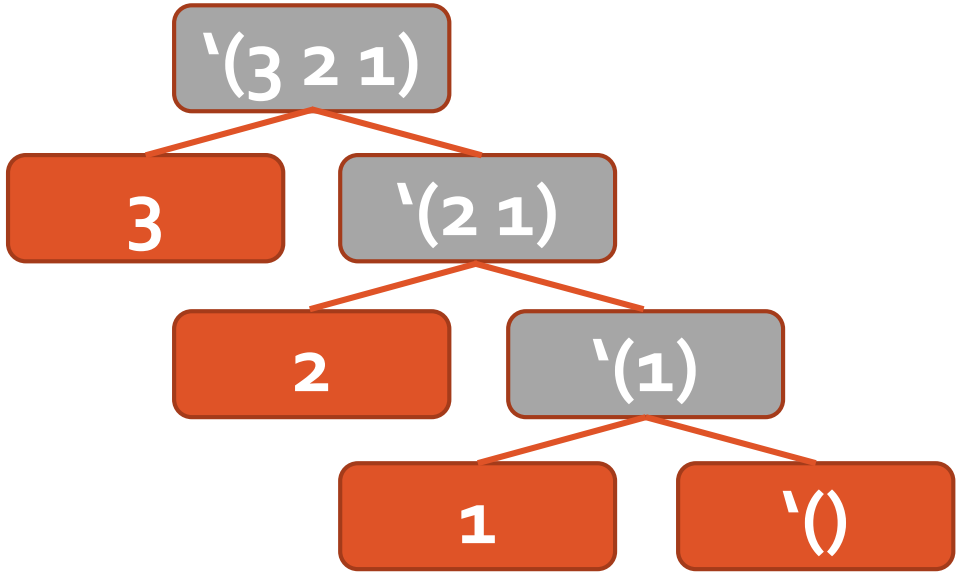


Funcționala foldl (fold left) (foldl f acc L)

- Folosește o **funcție binară element-acumulator**
- Elementele listei sunt prelucrate în ordinea **stânga→dreapta**
- Mai întâi se aplică funcția pe (first L) și acumulator, rezultând un nou acumulator
- Apoi pe (second L) și noul acumulator … etc.

Exemplu

```
(foldl cons '() '(1 2 3))
```

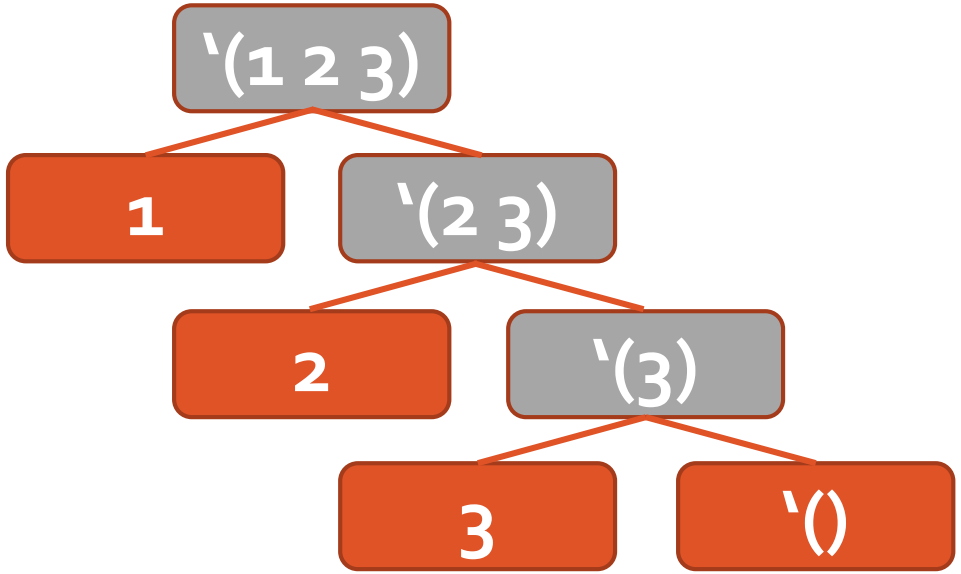


Funcționala foldr (fold right) (foldr f acc L)

- Folosește o **funcție binară element-acumulator**
- Elementele listei sunt prelucrate în ordinea **dreapta→stânga**
- Mai întâi se aplică funcția pe (last L) și acumulator, rezultând un nou acumulator
- Apoi pe penultimul și noul acumulator … etc.

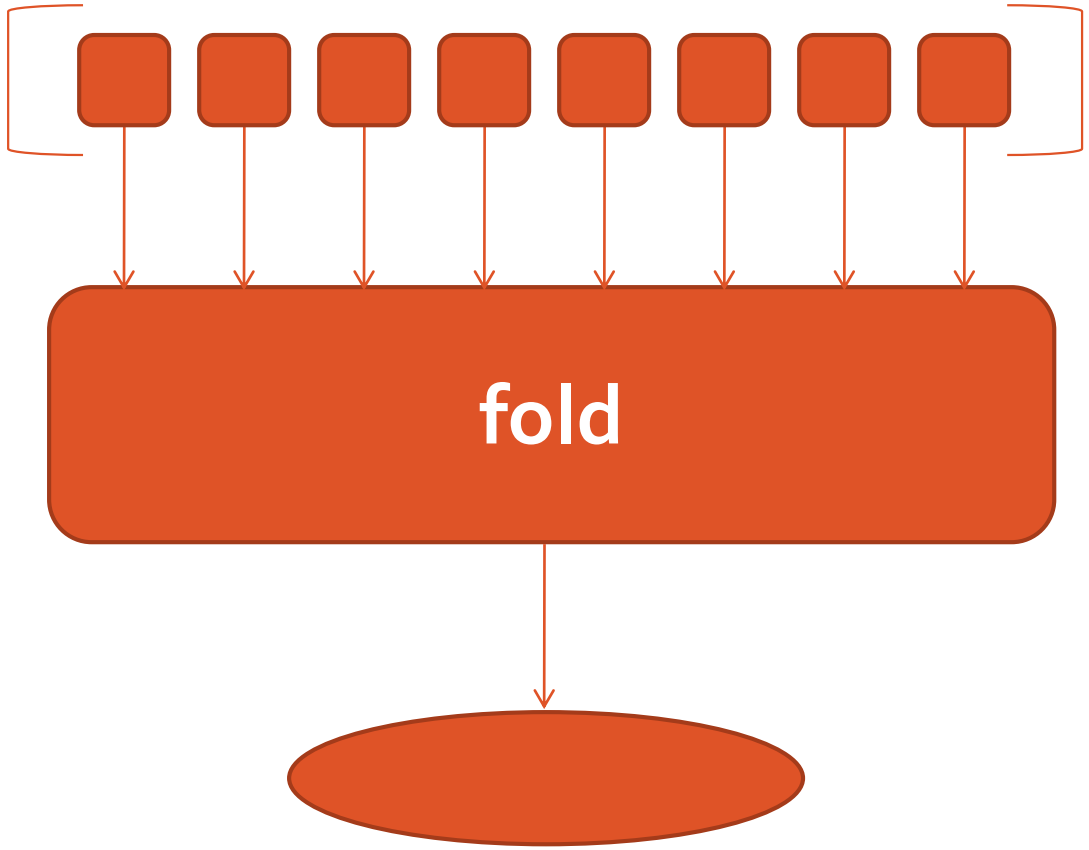
Exemplu

```
(foldr cons '() '(1 2 3))
```



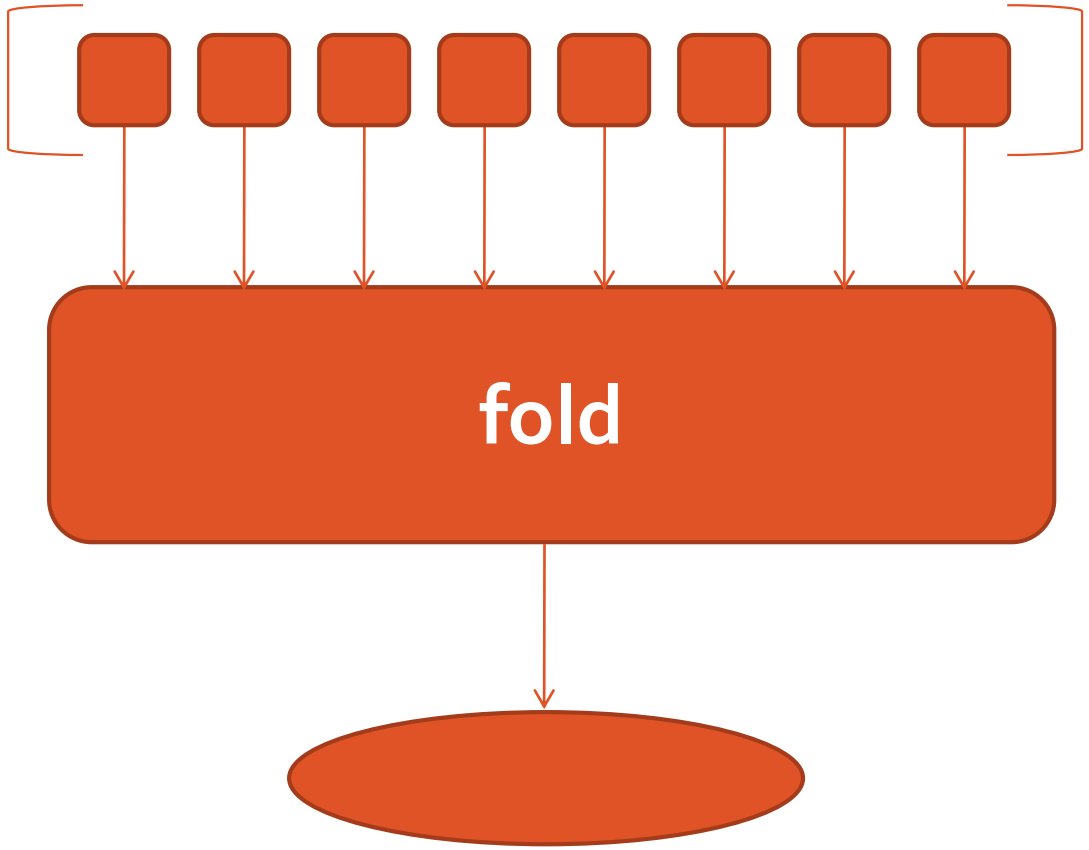
Funcționala foldl / foldr

```
(foldl + 0 (range 2 7))

(foldr max 0 (range 2 7))

(foldl cons '() (range 2 7))

(foldr cons '() (range 2 7))

(foldl list 1 (range 2 7))
```



Funcționala foldl / foldr

```
(foldl + 0 (range 2 7))
    ;; 20
(foldr max 0 (range 2 7))
    ;; 6
(foldl cons '() (range 2 7))
    ;; '(6 5 4 3 2)
(foldr cons '() (range 2 7))
    ;; '(2 3 4 5 6)
(foldl list 1 (range 2 7))
    ;; '(6 (5 (4 (3 (2 1)))))
```



Funcționala apply (apply f [...] L)

(apply f L) aplică funcția f pe argumentele din lista L

(apply f x y z L) aplică funcția f pe argumentele x y z și cele venite din lista L ... etc.

Exemple

```
(apply + (range 2 7))
(apply list -1 0 '(1 2 3))
(apply map list '((1 2 3)))
```

Funcționala apply (apply f [...] L)

(apply f L) aplică funcția f pe argumentele din lista L

(apply f x y z L) aplică funcția f pe argumentele x y z și cele venite din lista L ... etc.

Exemple

```
(apply + (range 2 7))                ;; 20
(apply list -1 0 '(1 2 3))           ;; '(-1 0 1 2 3)
(apply map list '((1 2 3)))          ;; '((1) (2) (3))
```

Comparație

(map f L) – aplică o transformare f pe **fiecare element** din lista L

(filter p L) – păstrează **doar elementele** listei L care satisfac condiția (predicatul) p

(foldl/foldr f seed L) – cumulează aplicările funcției f pe **toate elementele** listei L

(apply f [...] L) – aplică funcția f pe argumentele conținute în lista L (opțional există și alte argumente date unul câte unul înainte de cele care vor fi despachetate din L)

Observație

- Funcționalele de tip fold surprind procesul cel mai general
- **map** și **filter** pot fi implementate cu **fold**
- Pentru expresivitate, este de dorit să folosim
  - **map** când avem de transformat fiecare element (cuvânt cheie: **fiecare**)
  - **filter** când avem de selectat anumite elemente (cuvânt cheie: **selecție**)

și nu **fold** peste tot.

Funcții ca valori de ordinul întâi – Cuprins

- Importanța Calculului Lambda în matematică și programare
- Valori de ordinul întâi
- Funcții ca valori ale unor variabile / membri ai unor structuri
- Funcții ca valori de retur (funcții curry)
- Funcții ca argumente pentru alte funcții
- Abstractizare
- Abstractizarea la nivel de proces (funcționale)
- Abstractizarea la nivel de date

Tipuri de date abstracte (TDA)

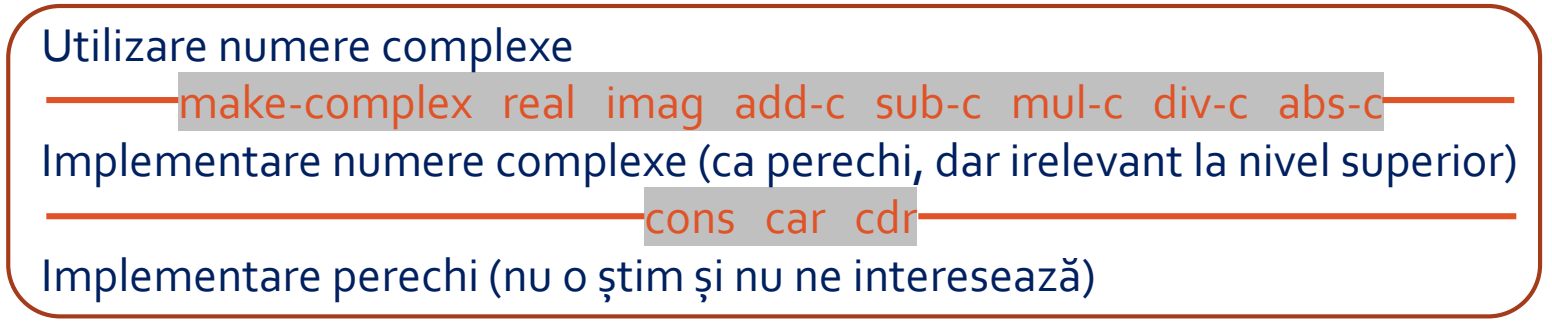
- Ca și procesele frecvente, tipurile de date frecvent utilizate ar trebui să fie abstractizate
- Un TDA se caracterizează prin **constructori** și **operatori**, care se comportă în felul așteptat de utilizator (care nu se mai preocupă de implementarea lor internă)
- Limbajul pune la dispoziție o serie de tipuri primitive (ex: numere, perechi, liste) pe care le manipulăm exclusiv prin constructori și operatori
- Tipurile primitive sunt **pietre de cărămidă pentru construcția de tipuri mai complexe**
- Tipurile mai complexe definite de programator sunt pietre de cărămidă pentru eventuale tipuri (concepte) și mai complexe ... etc.
- Astfel **controlăm complexitatea** intelectuală a unui program mare

Abstractizarea la nivel de date

- De fiecare dată când lucrăm cu date compuse (din „cărămizi” mai mici) este bine ca aceste date să fie abstracte
  - În sensul că utilizarea TDA-ului este complet separată (prin ceea ce numim **bariera de abstractizare**) de implementarea sa
  - Se definește o **interfață** (un set de constructori și operatori) astfel încât orice manipulare a valorilor TDA-ului să se poată exprima în termeni de acești constructori și operatori
  - Programele care manipulează aceste date vor funcționa identic în cazul în care implementarea constructorilor și operatorilor se modifică

Exemplu

- Numere complexe



Exemplu – Tipul BST (Binary Search Tree)

Constructori

empty-bst : -> BST

make-bst : BST x Elem x BST -> BST

Operatori

left : BST -> BST

right : BST -> BST

key : BST -> Elem

empty-bst? : BST -> Bool

insert-bst : Elem x BST -> BST

list->bst : List -> BST

Rezumat

Date de ordinul întâi

Funcții curry / uncurry

Funcționale

Utilizare map

Utilizare filter

Utilizare fold

Utilizare apply

Abstractizare la nivel de proces

Abstractizare la nivel de date

Rezumat

Date de ordinul întâi: valori ale unor variabile, membri în structuri, argumente, valori de retur

Funcții curry / uncurry

Funcționale

Utilizare map

Utilizare filter

Utilizare fold

Utilizare apply

Abstractizare la nivel de proces

Abstractizare la nivel de date

Rezumat

Date de ordinul întâi: valori ale unor variabile, membri în structuri, argumente, valori de retur

Funcții curry / uncurry: își primesc argumentele pe rând / își primesc argumentele deodată

Funcționale

Utilizare map

Utilizare filter

Utilizare fold

Utilizare apply

Abstractizare la nivel de proces

Abstractizare la nivel de date

Rezumat

Date de ordinul întâi: valori ale unor variabile, membri în structuri, argumente, valori de retur

Funcții curry / uncurry: își primesc argumentele pe rând / își primesc argumentele deodată

Funcționale: funcții care primesc ca argumente sau returnează funcții

Utilizare map

Utilizare filter

Utilizare fold

Utilizare apply

Abstractizare la nivel de proces

Abstractizare la nivel de date

Rezumat

Date de ordinul întâi: valori ale unor variabile, membri în structuri, argumente, valori de retur

Funcții curry / uncurry: își primesc argumentele pe rând / își primesc argumentele deodată

Funcționale: funcții care primesc ca argumente sau returnează funcții

Utilizare map: (map f L) aplică f pe fiecare element din L

Utilizare filter

Utilizare fold

Utilizare apply

Abstractizare la nivel de proces

Abstractizare la nivel de date

Rezumat

Date de ordinul întâi: valori ale unor variabile, membri în structuri, argumente, valori de retur

Funcții curry / uncurry: își primesc argumentele pe rând / își primesc argumentele deodată

Funcționale: funcții care primesc ca argumente sau returnează funcții

Utilizare map: (map f L) aplică f pe fiecare element din L

Utilizare filter: (filter p L) păstrează doar elementele din L care satisfac predicatul p

Utilizare fold

Utilizare apply

Abstractizare la nivel de proces

Abstractizare la nivel de date

Rezumat

Date de ordinul întâi: valori ale unor variabile, membri în structuri, argumente, valori de retur

Funcții curry / uncurry: își primesc argumentele pe rând / își primesc argumentele deodată

Funcționale: funcții care primesc ca argumente sau returnează funcții

Utilizare map: (map f L) aplică f pe fiecare element din L

Utilizare filter: (filter p L) păstrează doar elementele din L care satisfac predicatul p

Utilizare fold: (foldl/foldr f acc L) parcurge L de la stânga/dreapta, aplicând (f x acc), (f y acc')…

Utilizare apply

Abstractizare la nivel de proces

Abstractizare la nivel de date

Rezumat

Date de ordinul întâi: valori ale unor variabile, membri în structuri, argumente, valori de retur

Funcții curry / uncurry: își primesc argumentele pe rând / își primesc argumentele deodată

Funcționale: funcții care primesc ca argumente sau returnează funcții

Utilizare map: (map f L) aplică f pe fiecare element din L

Utilizare filter: (filter p L) păstrează doar elementele din L care satisfac predicatul p

Utilizare fold: (foldl/foldr f acc L) parcurge L de la stânga/dreapta, aplicând (f x acc), (f y acc')…

Utilizare apply: (apply f […] L) aplică f pe argumentele care urmează, despachetând lista L

Abstractizare la nivel de proces

Abstractizare la nivel de date

Rezumat

Date de ordinul întâi: valori ale unor variabile, membri în structuri, argumente, valori de retur

Funcții curry / uncurry: își primesc argumentele pe rând / își primesc argumentele deodată

Funcționale: funcții care primesc ca argumente sau returnează funcții

Utilizare map: (map f L) aplică f pe fiecare element din L

Utilizare filter: (filter p L) păstrează doar elementele din L care satisfac predicatul p

Utilizare fold: (foldl/foldr f acc L) parcurge L de la stânga/dreapta, aplicând (f x acc), (f y acc')…

Utilizare apply: (apply f […] L) aplică f pe argumentele care urmează, despachetând lista L

Abstractizare la nivel de proces: abstracțiuni procedurale, abstractizare șabloane comune

Abstractizare la nivel de date

Rezumat

Date de ordinul întâi: valori ale unor variabile, membri în structuri, argumente, valori de retur

Funcții curry / uncurry: își primesc argumentele pe rând / își primesc argumentele deodată

Funcționale: funcții care primesc ca argumente sau returnează funcții

Utilizare map: (map f L) aplică f pe fiecare element din L

Utilizare filter: (filter p L) păstrează doar elementele din L care satisfac predicatul p

Utilizare fold: (foldl/foldr f acc L) parcurge L de la stânga/dreapta, aplicând (f x acc), (f y acc')…

Utilizare apply: (apply f […] L) aplică f pe argumentele care urmează, despachetând lista L

Abstractizare la nivel de proces: abstracțiuni procedurale, abstractizare șabloane comune

Abstractizare la nivel de date: TDA-uri cu utilizare separată complet de implementare